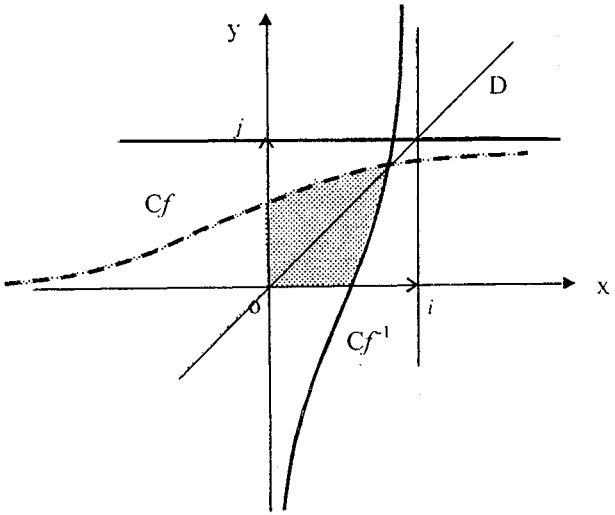

3°/ a) f est continue et strictement croissante sur **R** donc f est une bijection de **R** sur $f(\mathbf{R}) =]0,1[= J$

b) $g :]0,1[\to \mathbf{R}$: x a $y = g(x)$

$$y = g(x) \Leftrightarrow f(y) = x \Leftrightarrow \frac{e^y}{\sqrt{1+e^{2y}}} = x \Leftrightarrow e^{2y} = x^2(1+e^{2y})$$

$$\Leftrightarrow e^{2y}(1-x^2) = x^2 \text{ or } \forall x \in]0,1[\Rightarrow 1-x^2 \neq 0 \text{ d'où } e^{2y} = \frac{x^2}{1+x^2}$$

$$\Rightarrow 2y = Log\left(\frac{x^2}{1+x^2}\right) \Rightarrow y = \frac{1}{2} Log\left(\frac{x^2}{1+x^2}\right) \text{ d'où } \forall x \in \mathbf{R} ;$$

$$g(x) = \frac{1}{2} Log \frac{x^2}{1+x^2}$$

$\mathcal{C}' = S_\Delta(\mathcal{C})$ où S_Δ est la symétrie orthogonale d'axe $\Delta : y = x$

B - 1°/ $\varphi(x) = f(x) - x$

φ est dérivable sur **R** et $\forall x \in \mathbf{R}$; $\varphi'(x) = f'(x) - 1 = \dfrac{e^x}{(1+e^{2x})^{\frac{3}{2}}} - 1$